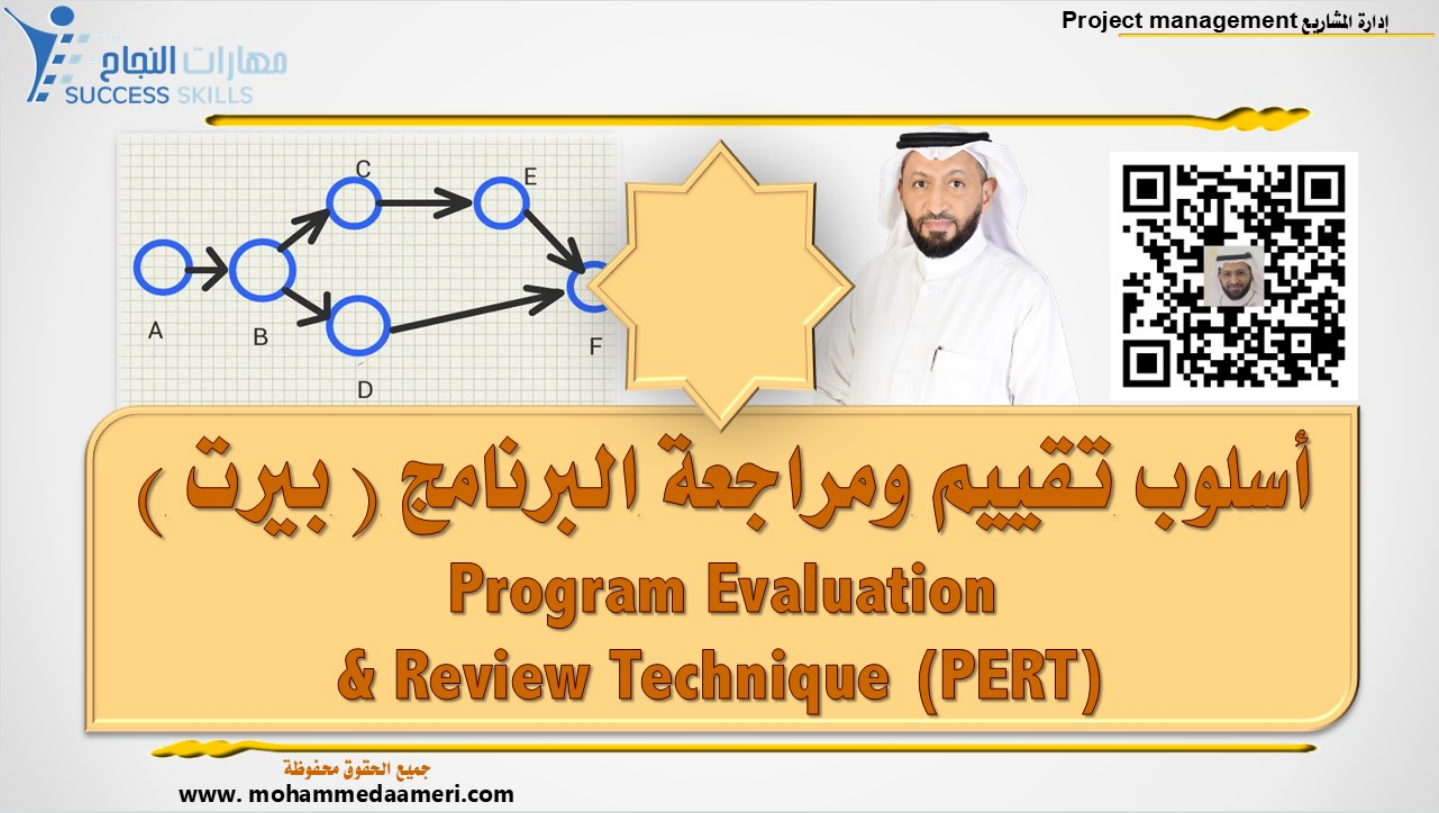
سنتعرف على مفهوم أسلوب تقييم ومراجعة البرنامج (بيرت) ومقدمة عن أسلوب PERT ، والتوزيع الاحتمالي في أسلوب PERT ، والتوزيع الاحتمالي التجريبي، والتوزيع الاحتمالي الرياضي.

الكاتب : د. محمد العامري September 22, 2024 عدد المشاهدات : 1966



سنتعرف في هذا المقال:

مقدمة
أسلوب تقييم ومراجعة البرنامج (بيرت) PERT
التوزيع الاحتمالي في أسلوب PERT
التوزيع الاحتمالي التجريبي.
التوزيع الاحتمالي الرياضي.

أسلوب تقييم ومراجعة البرنامج (Program Evaluation and Review Technique (PERT

مقدمة:

قد تم تقديم هذا الأسلوب في عام 1958 في إحدى الشركات المتخصصة في تقديم الاستشارات الإدارية الأمريكية، وذلك بالاشتراك مع مكتب المشروعات الخاصة بالبحرية الأمريكية، كما شارك أيضًا في هذه الأبحاث قسم الصواريخ بشركة لوكهيد (Lockheed) كبرى شركات تنفيذ أعمال وزارة الدفاع الأمريكية.

وقد كان الهدف الأساسي من هذا الأسلوب هو تصميم طريقة يتم بها تخطيط مشروع إنتاج الصاروخ polaris بشكل يمكن من إحكام الرقابة على التنفيذ حتى يتم إنجاز المشروع في موعد المحدد.

وأوضحت نتائج التطبيق أن استخدام أسلوب (PERT) في هذا المشروع قد أدى إلى تخفيض فترة إتمام المشروع المقدرة أصلاً بواسطة المهندسين (بحوالي عامين كاملين) فقد تم إنجاز هذا المشروع في أربعة سنوات بعد أن كان التقدير المبدئي لإنجازه هو ستة سنوات.

ونظرًا للنجاح الكبير في استخدام هذا الأسلوب، فقد ذاع صيته في كثير من المشروعات المدنية والعسكرية حتى أن أسلوب PERT قد أصبح واجب الاستخدام من قبل جميع المقاولين الذين يتعاملون مع وزارة الدفاع الأمريكية.

وقد سبق أن أوضحنا أن هناك بعض الاختلافات الطفيفة بين كل من أسلوبي (CPM,PERT) ولعل أهم الاختلافات هو قيمة الوقت المقدر لكل نشاط.

وبالرغم من هذا الاختلاف بين هذين الأسلوبيين، إلا أنها يتشابهان في نوع التحليل الرئيس الذي سبق ذكره عند تناول أسلوب (cpm).

ويعني ذلك أن الأسلوب الذي تم تقديمه عند عرض كيفية تحديد المسار الحرج، والأنشطة الحرجة، والوقت الفائض، يمكن استخدامه كليًا في حالة أسلوب (PERT).

بالإضافة إلى ذلك فإنه من الممكن تطبيق فكرة تخفيض وقت إتمام المشروع (Crashing) عند استخدام أسلوب (PERT).

والآن نعود إلى الفارق الأساسي بين كل من أسلوب cpm وأسلوب PERT وهو مقدار الوقت المقدر للنشاط.

وقت إنجاز النشاط:

كثيرًا ما يطلق على أسلوب cpm أنه أسلوب تقريري derterministic، بينما يوصف أسلوب PERT بأنه أسلوب احتمالي Probabilistic وترجع هذه التسمية أساسًا إلى كيفية تحديد الوقت اللازم لإتمام كل نشاط في المشروع.

ففي ظل أسلوب cpm يتم تحديد قيمة واحدة تُعبر عن الوقت الذي سوف يستغرقه وقت إنجاز النشاط وعلى ذلك فإن الغرض الرئيسي في ظل CPM هو فرض التأكد التام من وقت الإنجاز.

وعلى العكس من ذلك تمامًا، فإن الأساس الذي تبنى عليه تقديرات الوقت في ظل أسلوب PERT هو فرض الاحتمالية، فليس هناك تأكد تام من وقت الإنجاز اللازم للنشاط، ولكن هناك فقط نوعًا من المعرفة لاحتمال إتمام النشاط في فترات مختلفة. أي أن هناك فكرة عن التوزيع الاحتمالي لوقت إتمام كل نشاط.

التوزيع الاحتمالي في أسلوب PERT

فالتوزيع الاحتمالي ما هو إلا القيم التي من الممكن أن يأخذها متغيرًا عشوائيًا، واحتمال حدوث كل قيمة من هذه القيم.

وإن مجموع احتمالات الحدوث لهذه القيم يجب أن يساوي الواحد الصحيح.

ولتوضيح ذلك بالمثال الوارد في الجدول (13) والذي يتضح منه أن وقت إتمام النشاط ينحصر بين أربعة وثمانية أيام ويعني ذلك الخبرة السابقة نستبعد تمامًا أن يتم إنجاز النشاط في أقل من (4) أيام أو في أكثر من (8)

أيام.

وبلغة الاحتمالات يمكن القول إن احتمال إنجاز النشاط في (3) أيام أو أقل يساوي صفر، كذلك فإن احتمال انجاز النشاط في (9) أيام أو أكثر يساوي صفر، وعلى هذا فإن القيم 4، 5، 6، 7، 8 هي كل القيم الممكنة لهذا المتغير العشوائي الذي هو وقت إنجاز النشاط في هذه الحالة.

جدول (12)

التوزيع الاحتمالي لوقت انجاز النشاط

وقت انجاز النشاط بالأيام	احتمال الحدوث
4	0.20
5	0.25
6	0.25
7	0.20
8	0.10
	1.00

والسؤال التقليدي الآن هو كيف يمكن التوصل إلى هذه الاحتمالات لكل قيمة من هذه القيم؟ إن الإجابة تكمن فيما يسمى بالتوزيع الاحتمالي التجريبي، والتوزيع الاحتمالي الرياضي.

أولاً: التوزيع الاحتمالي التجريبي:

فهو التوزيع الذي يتم التوصيل إليه من الخبرات السابقة والمعلومات المتراكمة عن الأنشطة المماثلة أو المشابهة وعن طريق بعض العمليات الإحصائية البسيطة، يتم تسجيل عدد الحالات التي حدث فيها إتمام النشاط من قبل في زمن معين، ويطلق على ذلك التكرار Frequency ثم يتم ترجمة ذلك إلى ما يسمى بالتكرار النسبي، فالتكرار النسبي ما هو إلا التكرار الأصلي مقسومًا على عدد المشاهدات التاريخية التي يتم تسجيلها من قبل وبالطبع يكون ذلك في شكل نسبه تقل عن الواحد الصحيح. ويوضح المثال البسيط أدناه (الجدول 13) كيفية الوصول إلى التوزيع الاحتمالي التجريبي:

جدول (13)

يبين كيفية الوصول إلى التوزيع الاحتمالي التجريبي

وقت إنجاز النشاط من واقع السجلات التاريخية	عدد مرات حدوث هذه القيمة في الخمسين حالة التي تم دراستها	التكرار المطلق	التكرار النسبي احتمال الحدوث
10 يوم	15 مرة	15	15 ÷ 50 = 0.3

وقت إنجاز النشاط من واقع السجلات التاريخية	عدد مرات حدوث هذه القيمة في الخمسين حالة التي تم دراستها	التكرار المطلق	التكرار النسبي احتمال الحدوث
11 يوم	20 مرة	20	20 ÷ 50 = 0.40
12 يوم	15 مرة	15	15 ÷ 50 = 0.30
عدد الحالات التي تم دراستها	50 حالة	50	1.00

وبالتالي يكون لدينا توزيعًا احتماليًا لكل نشاط

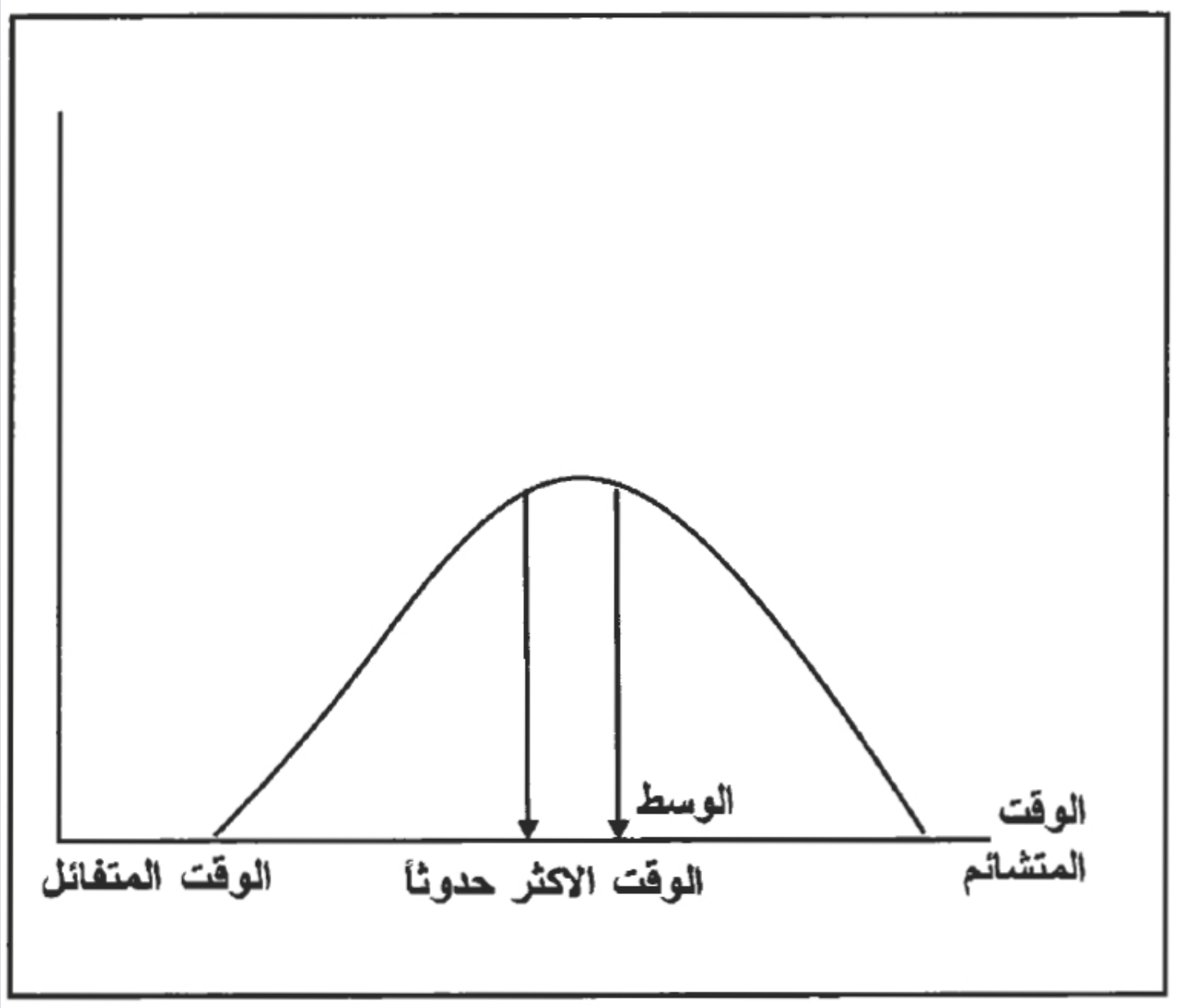
ثانيًا: التوزيع الاحتمالي الرياضي:

فهو عبارة عن دالة رياضية معينة تربط بين قيم المتغير العشوائي واحتمالات الحدوث لهذه القيم.

ويوجد منها التوزيعات المنفصلة والتوزيعات المتصلة ومن مزايا هذه التوزيعات إمكانية المعالجة الرياضية ويرجع ذلك أساسًا إلى وجود معادلات وهي والوسط الحسابي، والانحراف المعياري. ولذلك فإن المعادلة الإحصائية لوقت إتمام المشروع ككل الذي يتكون من عدة أنشطة تكون أسهل إحصائيًا.

ومن بين هذه التوزيعات الاحتمالية الرياضية المتصلة هناك توزيعًا إحصائيًا يُشاع استخدامه لتقدير وقت إتمام النشاط، ويطلق عليه توزيع بيتا beta. ويستلزم هذا التوزيع تحديدًا لثلاث تقديرات لكل نشاط كما في الشكل أدناه.

ويتضح من هذا الشكل أن هناك تقديرات ثلاث للوقت اللازم لإتمام النشاط وهي:



شكل (30)

أ- الوقت المتفائل (ف) Optimistic Estimate

وهو أقل قيمة ممكنة للوقت المقدر لإنجاز النشاط. وهي التي تقوم على فرض أن كل الظروف الخاصة بالأداء والموارد اللازمة على ما يرام. ولذلك فإن احتمال أن يتم إنجاز النشاط في وقت أقل من هذه القيمة هو احتمال ضئيل جدًا، لا يزيد عن ١%.

ب- المتشائم (ش) Pessimistic Astimate

وهو أكبر قيمة ممكنة للوقت المقدر لإنجاز النشاط وهي التي تقوم على فرض أن أسوأ ظروف التنفيذ سوف تواجه تنفيذ هذه النشاط. وبالمثل فإن احتمال أن يتم إنجاز النشاط في فترة أكبر من هذه القيمة هو احتمال ضئيل جدًا لا يزيد عن ١%.

ج- الوقت الأكثر حدوثًا (ك) Most likely Estimate

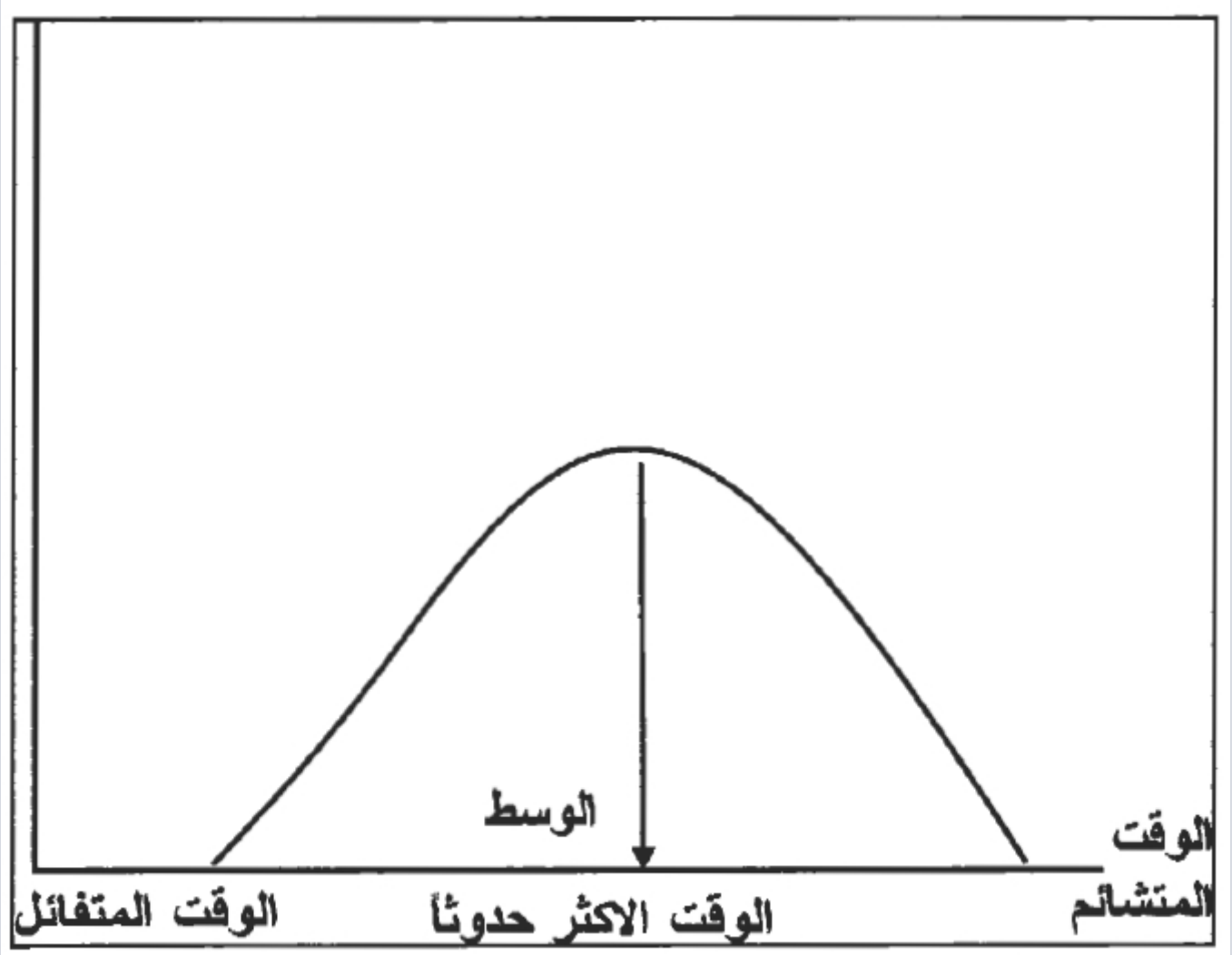
وهذه هي القيمة التي يتكرر حدوثها كثيرًا كوقت مستغرق لإتمام النشاط -أي أنه بمثابة المنوال Modal للتوزيع الإحصائي الخاص بالوقت اللازم لإتمام النشاط.

ويتم عمل هذه التقديرات عن طريق الإدارة والمتخصصين الفنيين الذين مارسوا من قبل أنشطة مشابهة ومماثلة في ذات المجال.

وتجدر الإشارة إلى أنه على الرغم من عدم وجود تبرير نظري لاستخدام توزيع بيتا، إلا أنه عمليًا يمتاز بعدة

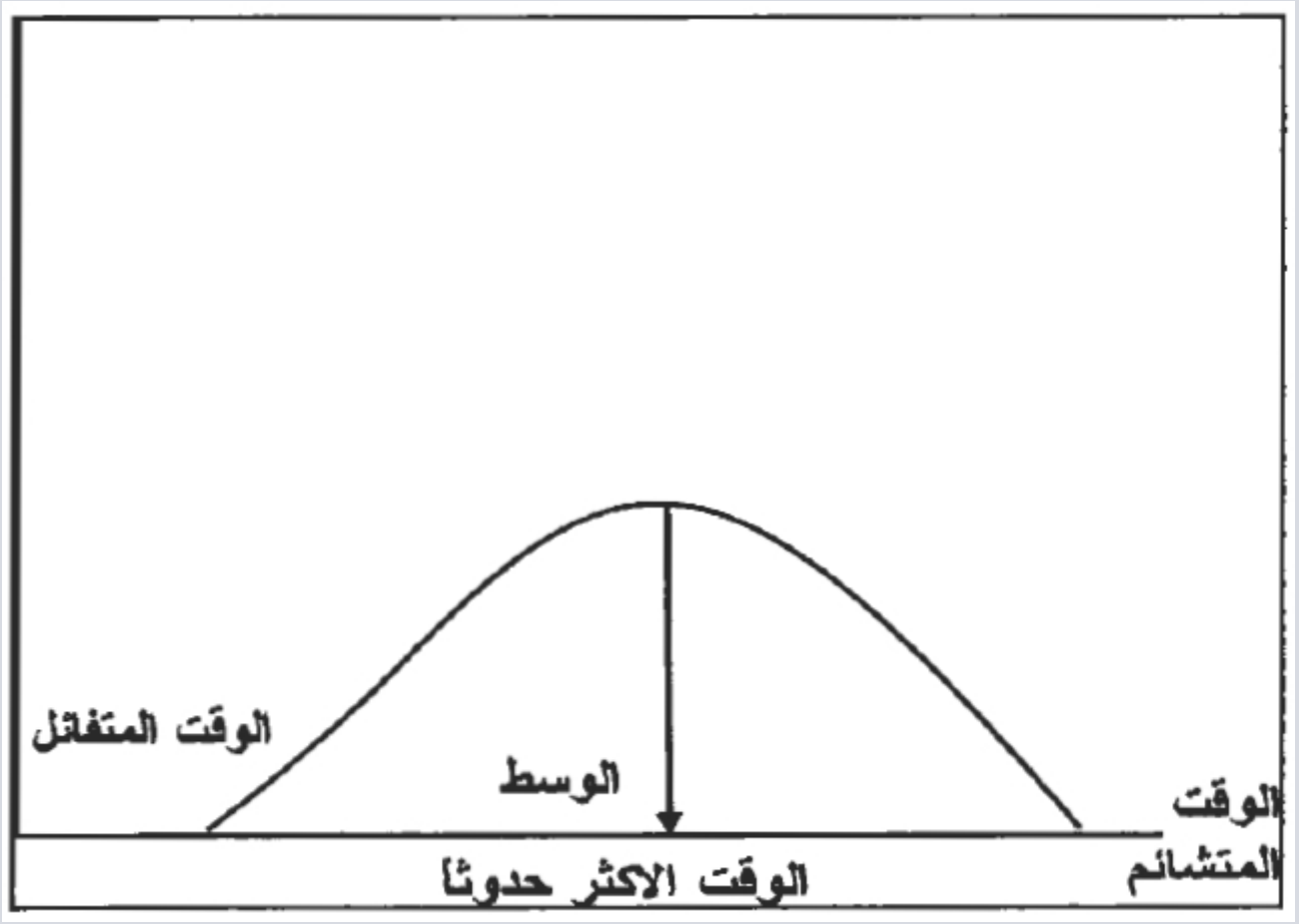
خصائص تجعله شائع الاستخدام.

فتوزيع بيتا يمكن أن يأخذ الشكل المعتدل كما في الشكل (أ. 31).



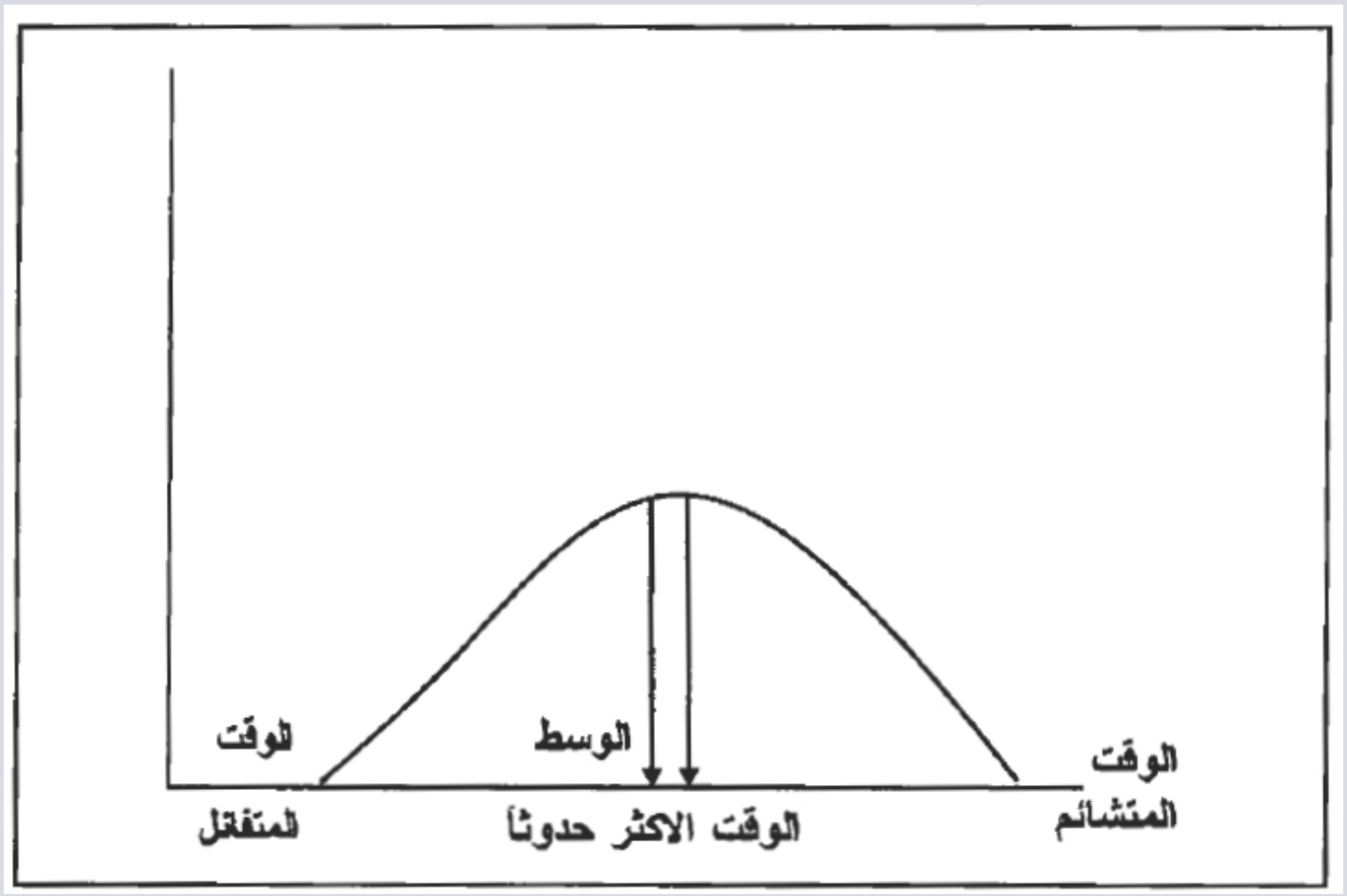
شكل (31- أ)

أو يأخذ توزيع بيتا شكل الميل ناحية اليسار (الشكل 31 ب)



شكل (31- ب)

أو يأخذ شكل الميل ناحية اليمين (الشكل 31 جـ)



شكل (31- جـ)

وحسب توزيع بيتا Beta فإن كل نشاط يتم تقدير متوسط الوقت اللازم لإنجازه، والذي يطلق عليه الوقت المتوقع Expected Time (وق) كما يلي:

المعادلة (1)

$$\text{وق} = \frac{\text{ف} + 4\,\text{ك} + \text{ش}}{6}$$

ومن الواضح أن هذه الطريقة وهذه المعادلة تقوم على فكرة الوسط المرجح والذي يُعطي القيمة الأكثر شيوعًا وزنًا نسبيًا يعادل يعادل أربعة أضعاف مرات قيمة الوزن النسبي الذي يُعطي لكل من القيم المتطرفة (ف، ش).

كما أن التباين لوقت النشاط يُحسب على النحو التالي:

المعادلة (2)

$$\text{س}^2 = \frac{(\text{ش} - \text{ف})^2}{6}$$

وتقوم هذه المعادلة على الفكرة السائدة إحصائيًا وهي أن الفرق بين القيم المتطرفة لأي توزيع، يعادل (6) وحدات انحراف معياري. أي أن:

ش- ف = 6 س.

حيث أن الانحراف المعياري (س) ما هو إلا الجذر التربيعي للتباين (س2) .

مثال:-

فيما يلي البيانات الخاصة بإحدى المشروعات، حسب الجدول التالي أدناه:

الوقت المتشائم (ش) بالأيام	الوقت الأكثر حدوثًا بالأيام (ك)	الوقت المتفائل (ف) بالأيام	النشاط السابق مباشرة	حدث البدء والإتمام	النشاط	التسلسل
11	11	5	-	1-2	A	1

2	B	1-3	-	10	10	10
3	C	1-4	-	2	5	8
4	D	2-6	A	1	7	13
5	E	3-6	B,c	4	4	10
6	f	3-7	b	4	7	10
7	G	3-5	B,c	2	2	2
8	H	4-5	C	0	6	6
9	I	5-7	G,h	2	8	14
10	J	6-7	D,e	1	4	7

المطلوب: باستخدام أسلوب PERT وضح ما يلي:

أ- أقل وقت متوقع لإتمام المشروع.

ب- تحديد المسار الحرج والأنشطة الحرجة.

ت- ما هو احتمال إتمام المشروع في ظرف 23 يوم.

ث- ما هو احتمال إتمام المشروع بين 23- 25 يوم.

ج- إذا كان هناك غرامة تأخير تقضي بدفع مبلغ (1000) ريال غرامة في حالة عدم التسليم في ظرف 25 يوم. احسب القيمة المتوقعة للغرامة المدفوعة.

الحل:

1- نبدأ الحل بتحديد متوسط الوقت المتوقع لإتمام كل نشاط باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{و ق} = \frac{\text{ف} + 4\ \text{ك} + \text{ش}}{6}$$

والتباين باستخدام المعادلة التالية

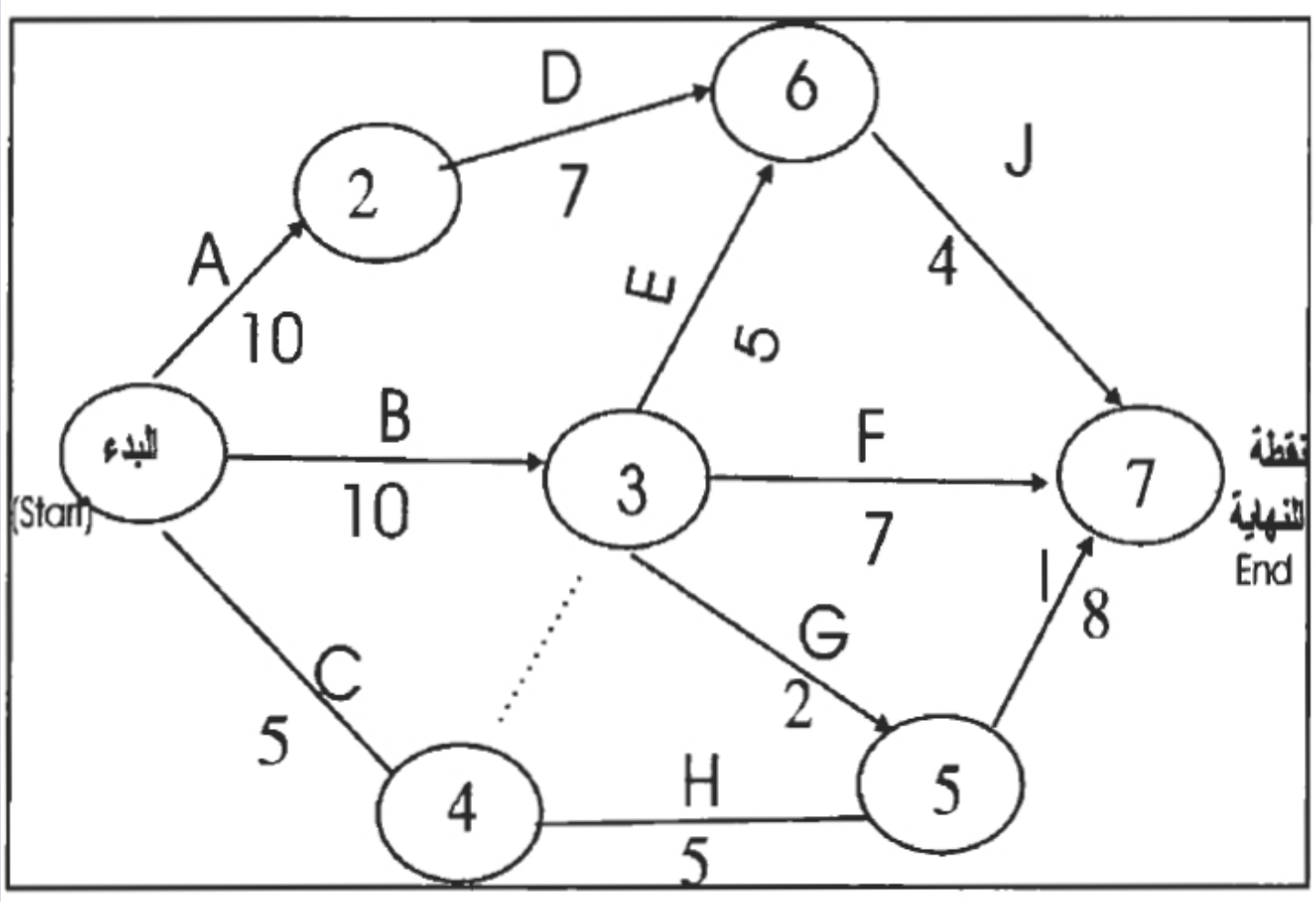
$$\text{س}^2 = \frac{(\ \text{ش} - \text{ف}\ )^2}{6}$$

وذلك كما يلي: حسب الجدول التالي

جدول (15)

النشاط	الوقت المتوقع (و ق)	التباين (س2)
A	10 = 6 { 5+(4 × 11)+ 11}	1= 2 {6 (5-01 }
B	10 =6 {10+(10× 4)+10 }	0= 2 {6 (10-10) }
C	5= 6 {2+(4 ×5)+8}	1= 2 {6 (2 -8) }
D	7 = 6 { 1 +(4 ×7)+ 13}	4= 2 {6 (1-03 }
E	5= 6 {4+(4 ×4)+ 10}	1= 2 {6 (4 -00 }
F	7= 6 {4+(4×7)+10}	1 = 2 { 6 (4-0 1) }
G	2= 6 {2+(4×2)+2}	0= 2 {6 (2-2) }
H	5= 6{0+(4×6)+6}6	1 = 2 {6 (6-0) }
I	8= 6 {2+(4×8)+ 14}	4= 2 {6 (14-2) }
J	4= 6 { 1 +(4×4)+ 7}	1= 2 {6 (1-7)}

2. نقوم برسم الشبكة حسب أسلوب pert موضحا عليها الوقت المتوقع لإنجاز كل نشاط كما في الشكل أدناه.



شكل (32)

3. نقوم بنفس الخطوات التي تتبع في أسلوب المسار الحرج لتحديد أقل وقت يلزم لإتمام المشروع والمسار الحرج والأنشطة الحرجة.

وذلك عن طريق تحديد أول وآخر وقت بدء وأول وآخر وقت إتمام لكل نشاط، حسب الجدول التالي أدناه:

الجدول (16)

النشاط	الوقت المتوقع (وق)	أول وقت بدء (و ب)	آخر وقت بدء (خ ب)	أول وقت إتمام (و ت)	آخر وقت إتمام (خ ت)	الفائض الإجمالي Slack
A	10	0	0	10	10	0
B	10	0	1	10	11	1
C	5	0	3	5	8	3
D	7	10	10	17	17	0
E	5	10	12	15	17	2
f	7	10	14	17	21	4

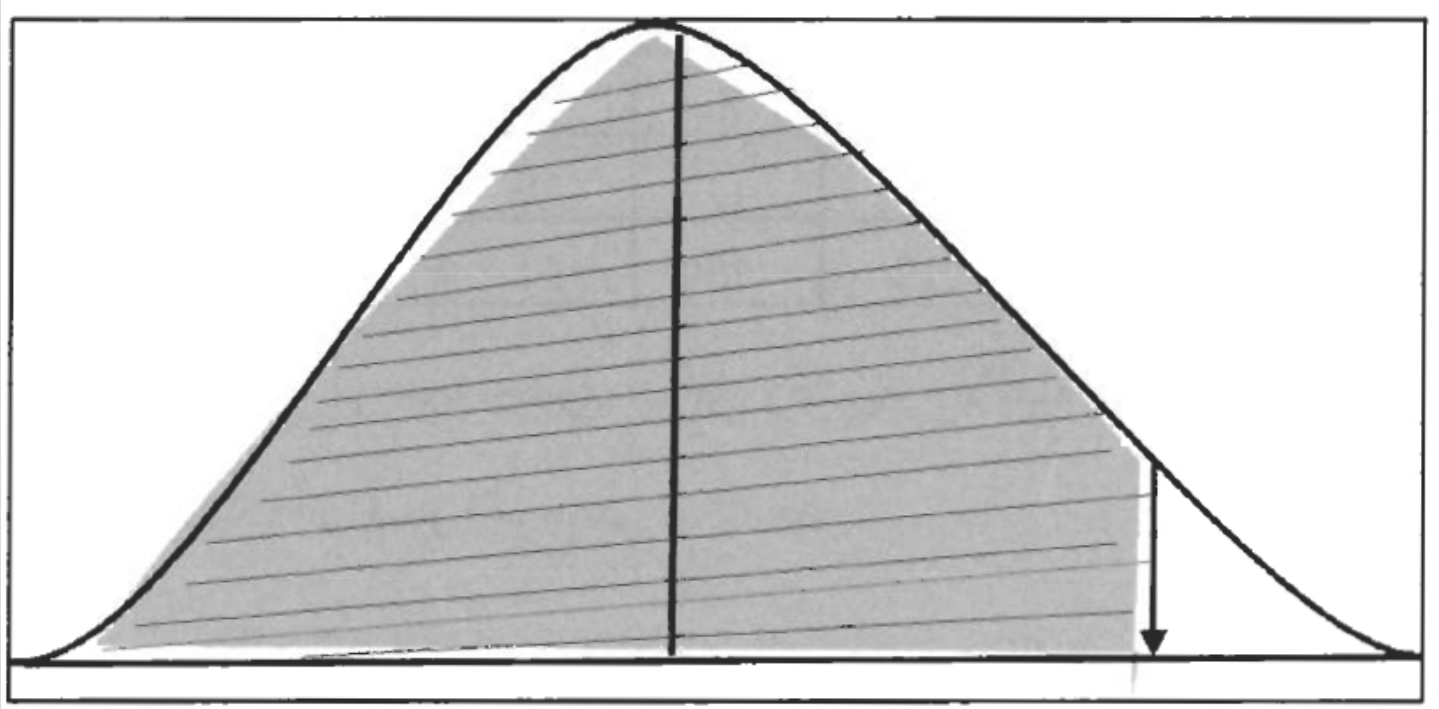
الفائض الإجمالي Slack	آخر وقت إتمام (خ ت)	أول وقت إتمام (و ت)	آخر وقت بدء (خ ب)	أول وقت بدء (و ب)	الوقت المتوقع (وق)	النشاط
1	13	12	11	10	2	G
3	13	10	8	5	5	H
1	21	20	13	12	8	I
0	21	21	17	17	4	J

ويتضح من هذا الجدول أن أقل وقت يلزم لإتمام المشروع ككل هو (21) يوم. كما أن المسار الحرج هو ز -د- ه والأنشطة الحرجة هي (ز -د- ه) والتي لها وقت فائض = صفر

التحليل الاحتمالي:

طالما أن الرقم الذي توصلنا إليه هو مجموع القيم المتوقعة لوقت الأنشطة الحرجة، فإن هذا الرقم في حد ذاته يمثل مجرد المتوسط أو القيمة المتوقعة لوقت إتمام المشروع. ويعني ذلك أن وقت إتمام المشروع هو متغيرًا عشوائيًا Random Variable له توزيع إحصائي وأن رقم الـ21 ما هو إلا متوسط هذا التوزيع. ويعد هذا صحيحًا طالما أن القيم المقدرة لكل الأنشطة من المفترض أنها مستقلة إحصائيًا Uncorrelated.

وحسب الخاصية الإحصائية Central limit theorm فإنه إذا كان هناك متغيرًا عشوائيًا مخلقًا من متغيرات أخرى عشوائية ذات توزيعات إحصائية متباينة فإن توزيع المتوسطات للمتغير العشوائي الجديد يقترب جدًا من شكل التوزيع المعتدل Normal distribution وعلى ذلك فإن الوقت اللازم لإتمام المشروع يمكن تصويره في شكل توزيعًا معتدلاً كما يلي:



شكل (33)

الوقت المتوقع

لإتمام المشروع = 21 يوم.

وعند هذه النقطة يمكننا الاعتماد على خصائص التوزيع المعتدل في عمل التحليلات الاحتمالية. فعلى سبيل المثال ما هو احتمال إتمام المشروع في ظرف 23 يومًا؟ الإجابة هي كل المنطقة المظللة التي تقع على يسار القيمة 23 كما في الشكل (33) ولتحديد مقدار هذه المنطقة باستخدام جداول التوزيع المعتدل (راجع الجدول في آخر هذا الفصل) نستخدم العلاقة.

الحد الأعلى = المتوسط + z(الانحراف المعياري).

أما الحد الأعلى فهو عبارة عن 23 والمتوسط هو 21 يوم.

والسؤال الآن هو ما هو الانحراف المعياري لتوزيع وقت إتمام المشروع؟ طالما أن وقت المشروع ناتج عن مجموعة من الأنشطة الحرجة فإن تباينه Variance يمكن تقديره من مجموع تباين الأنشطة الحرجة. لاحظ أننا لم تقل انحرافه المعياري.

ويرجع ذلك إلى الحقيقة الإحصائية القائلة بأنه لا يمكن جمع الانحراف المعياري ولكن يمكن جمع التباين فقط.

وعلى ذلك فإن تباين وقت إتمام المشروع

= وقت تباين النشاط أ + وقت تباين النشاط د + وقت تباين النشاط ك

= 1+ 4 + 1 = 6.

وعلى ذلك فإن الانحراف المعياري لوقت إتمام المشروع

= 2.449

ويوضح كل هذه المعلومات في العلاقة السابقة الخاصة بنقطة الحد الأعلى يمكننا تحديد قيمة كما يلي.

(2.449) 23 =21 + z

ومنها 0.817= 2.449 7(21-23) = z

وباستخدام جدول التوزيع المعتدل z يمكن تحديد احتمال إتمام المشروع في ظرف 23 يومًا على النحو التالي:

بالكشف في الجدول يتضح أن المنطقة تحت المنحنى والتي تقع بين الوقت المتوقع لإتمام المشروع (21 يوم) والحد الأعلى هي: 0.2939.

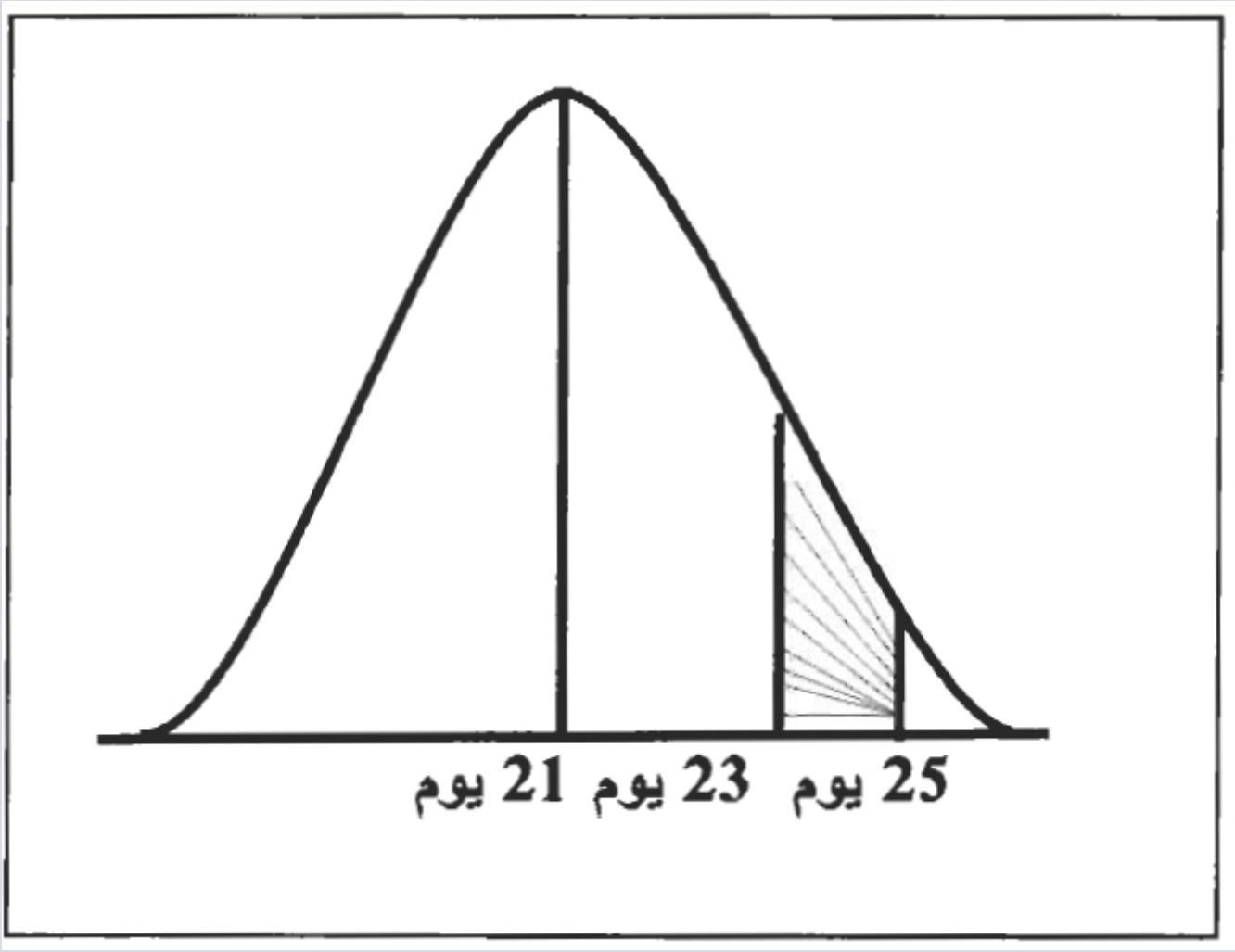
يتم إضافة 0.5000 إلى القيمة التي توصلنا إليها حتى يمكن التوصل إلى احتمال إتمام المشروع في خلال 23 يومًا على النحو التالي:

= 0.2939+ 0.5000 = 0.739

أي أنه يساوي 79.39%

وتفيد هذه النتائج في أن يقوم القائم على تخطيط المشروع بتقييم ما إذا كانت جداول التشغيل المقترحة مقبولة أم لا. فعلى سبيل المثال، إذا اعتبر أن 79.39% هذه غير مقبولة لإتمام المشروع خلال 23 يومًا، فإنه قد يستلزم الأمر إضافة موارد جديدة إلى الأنشطة الحرجة. وسوف يؤدي مثل هذا الإجراء إلى تخفيض وقت الإتمام المتوقع والتباين للمشروع بشكل يزيد من احتمال إتمام المشروع خلال 23 يومًا.

وبنفس الطريقة يمكن على سبيل المثال تحديد احتمال أن يتم إتمام المشروع بين 23 يومًا و25 يومًا كما هو مبين في الشكل (35).



شكل (34)

ولتحديد قيمة المنطقة المظللة يمكن تحديد المنطقة التي تقع بين 25 و21 ثم قيمة المنطقة التي تنحصر بين 23 و21، ثم طرح القيمة الثانية من الأولى كما يلي:

(أ) (2.449) 25= 21 +z

ومنها 1.633= 2.449) + (21- 25) = z

وعلى ذلك فإن المنطقة بين 25 و21 هي 4484، كما في الجدول.

(ب) (2.449) 23 = + z

ومنها 8166=2.449+(21-23)=z،

وعلى ذل فإن المنطقة بين 23 و21 هي 0.2939 كما في الجدول.

(جـ) من (أ)، (ب) فإن احتمال إتمام المشروع في فترة تنحصر بين 23 و25

0.1545 =0.2939 -0.4484

أي أنه يساوي 15.45%

بالإضافة إلى ذلك، فإن هذا النوع من التحليل الاحتمالي يفيد في تقدير قيمة الغرامات المتوقعة في حالة وجود شرط في العقد يقضي بدفع غرامات تأخير عند تأخر التسليم عن تاريخ معين. ويقوم ذلك على الاستخدام المباشر لفكرة القيمة المتوقعة، والتي تقوم على ضرب القيمة الأصلية في احتمال تحققها.

ففي المثال الحالي وجدنا أن المنطقة التي تنحصر بين 25 و 21 يومًا هي 0.4484 وعلى ذلك فإن احتمال إتمام المشروع في خلال 25 يومًا هو 0.9484 ويعني ذلك أن احتمال التأخير عن 25 يومًا هو

1- 0.9484 = 0.0546

فإذا كان هناك شرطًا جزائيًا يقضي بدافع غرامة قدرها 1000 دينار في تأخر المشروع عن 25 يومًا. فإن القيمة المتوقعة لهذه الغرامة.

0.516 × 1000 = 51.6 دينارًا فقط لا غير.

ويفيد ذلك الشركة التي تتولى التنفيذ عندما يقوم بتوقيع مجموعة من العقود. فيجب أن تحسب بدقة القيمة المتوقعة لإجمالي التعويضات التي قد تضطر إلى دفعها في حالة التأخير. كذلك فعندما تكون الشركة مطمئنة إلى إمكانية التنفيذ في الموعد المتفق عليه، يمكنها في مثل هذه الحالات رفع قيمة التعويض في الشرط الجزائي كوسيلة تسويقية لإقناع الجهات التي يتم إتمام المشروع لحسابها بقبول العرض الذي تتقدم به.

ومن الجدير بالذكر هنا أيضًا الأهمية الخاصة لقيمة تباين وقت إتمام المشروع ككل في حالة PERT. فعلى الرغم من أن مثالنا السابق كان واضحًا إلى حد كبير، إلا أنه قد تظهر بعض الحالات الخاصة التي يجب أخذها بحذر عند إجراء الحسابات والتقديرات السابقة.

والحالة الأولى التي قد تظهر هنا هي حالة وجود أكثر من مسار حرج في شبكة PERT. وقد أوضحنا من قبل، عن استخدام أسلوب CPM أن ذلك أمرًا ممكنًا. وطالما أن طول المسارات الحرجة جميعها واحدًا فإنه لا توجد مشكلة فيما يتعلق بالوقت المتوقع لإتمام المشروع.

أما المشكلة الحقيقة فتظهر عند تحديد التباين الخاص بكل مسار حرج. فإذا اتضح أيضًا أن التباين واحدًا بالنسبة لكل المسارات فلا توجد أية مشكلة خاصة عند تقدير واحد للوقت المتوقع لإتمام المشروع وتقدير واحد لتباين وقت إتمام المشروع. أما إذا اتضح أن هناك قيمًا مختلفة للتباينات الخاصة بالمسارات الحرجة فإنه يجب الحذر في هذه الحالة. والحذر يقضي بأن يتم اختيار التباين الأعلى واعتباره تباينًا لوقت إتمام المشروع ويتم تقدير كافة الاحتمالات بناءًا على ذلك.

المرجع:

كتاب : إدارة المشاريع Project Management ، من تأليف د. أحمد يوسف دودين، من إصدار دار اليازوري ، الطبعة العربية لعام 2012.